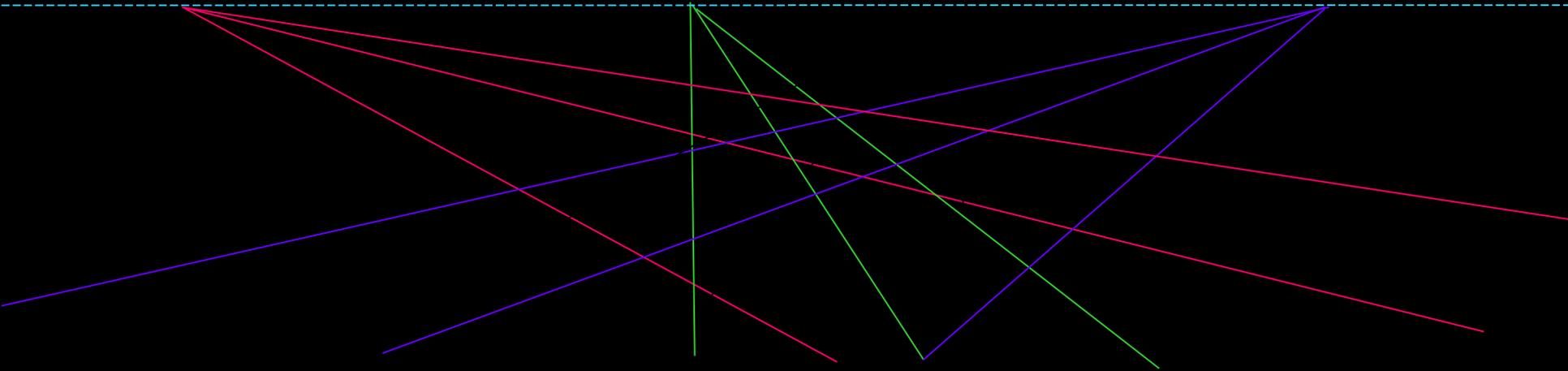
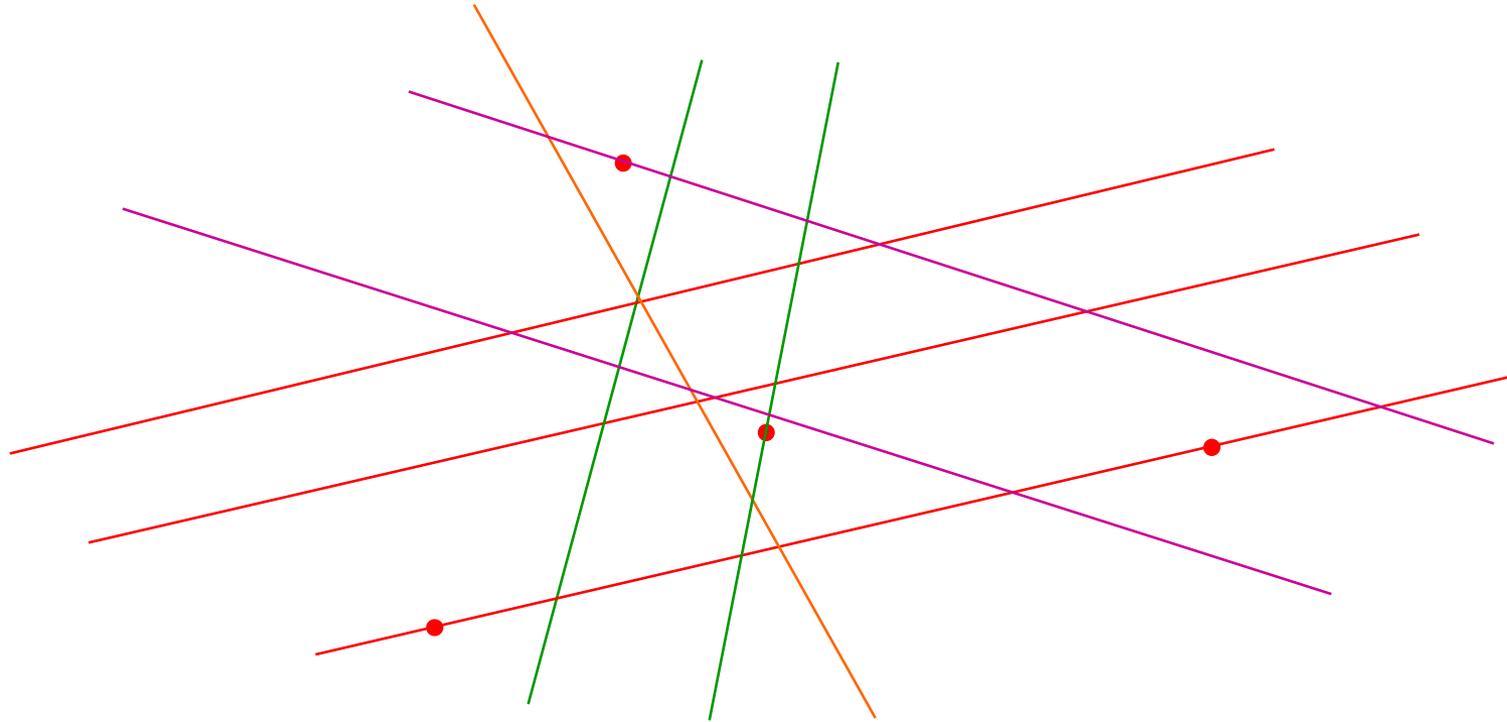


## 2. El plano proyectivo y las transformaciones proyectivas

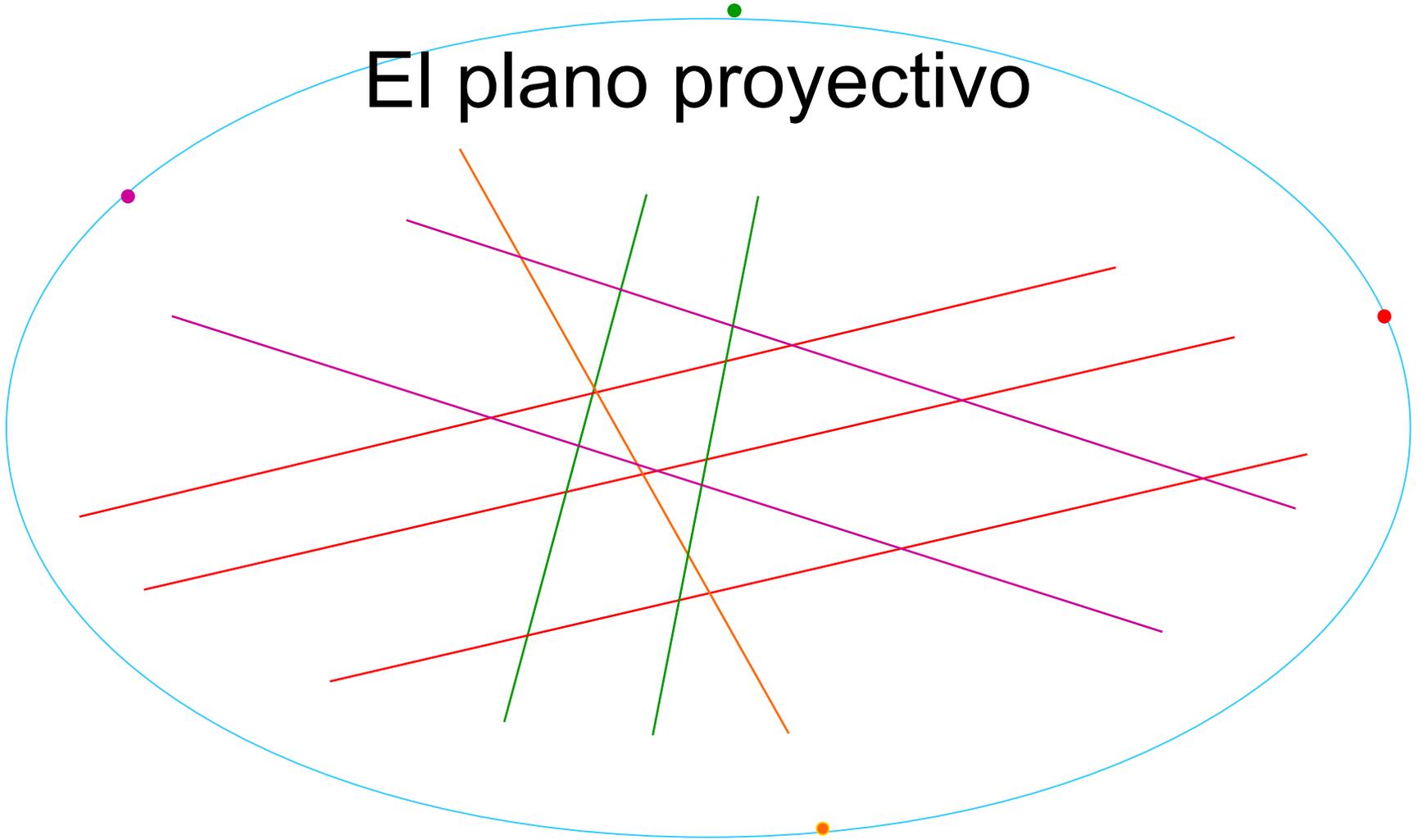


# En el plano afín euclidiano...



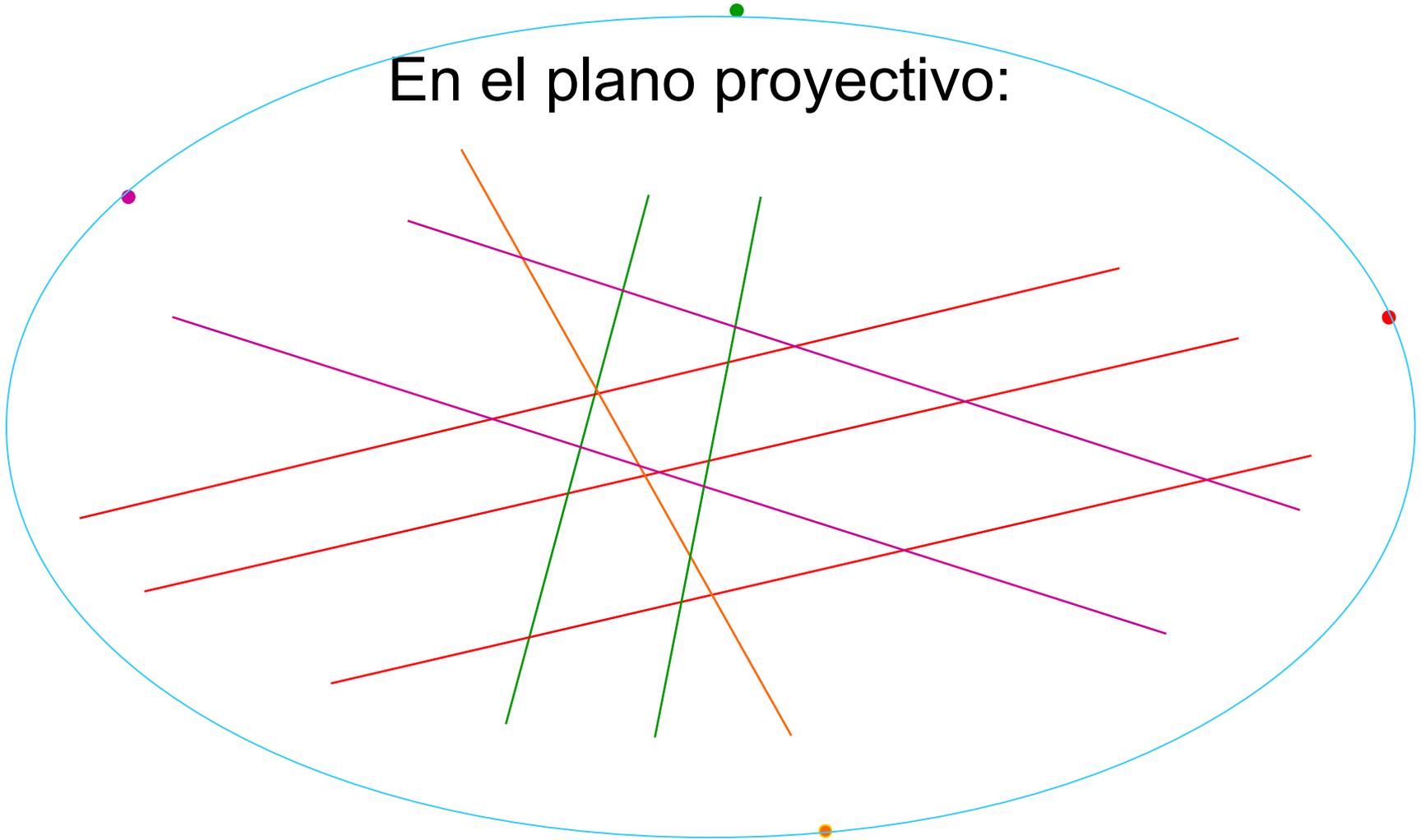
- Por dos puntos pasa una línea
- Por cada punto pasa una paralela a cada línea

# El plano proyectivo

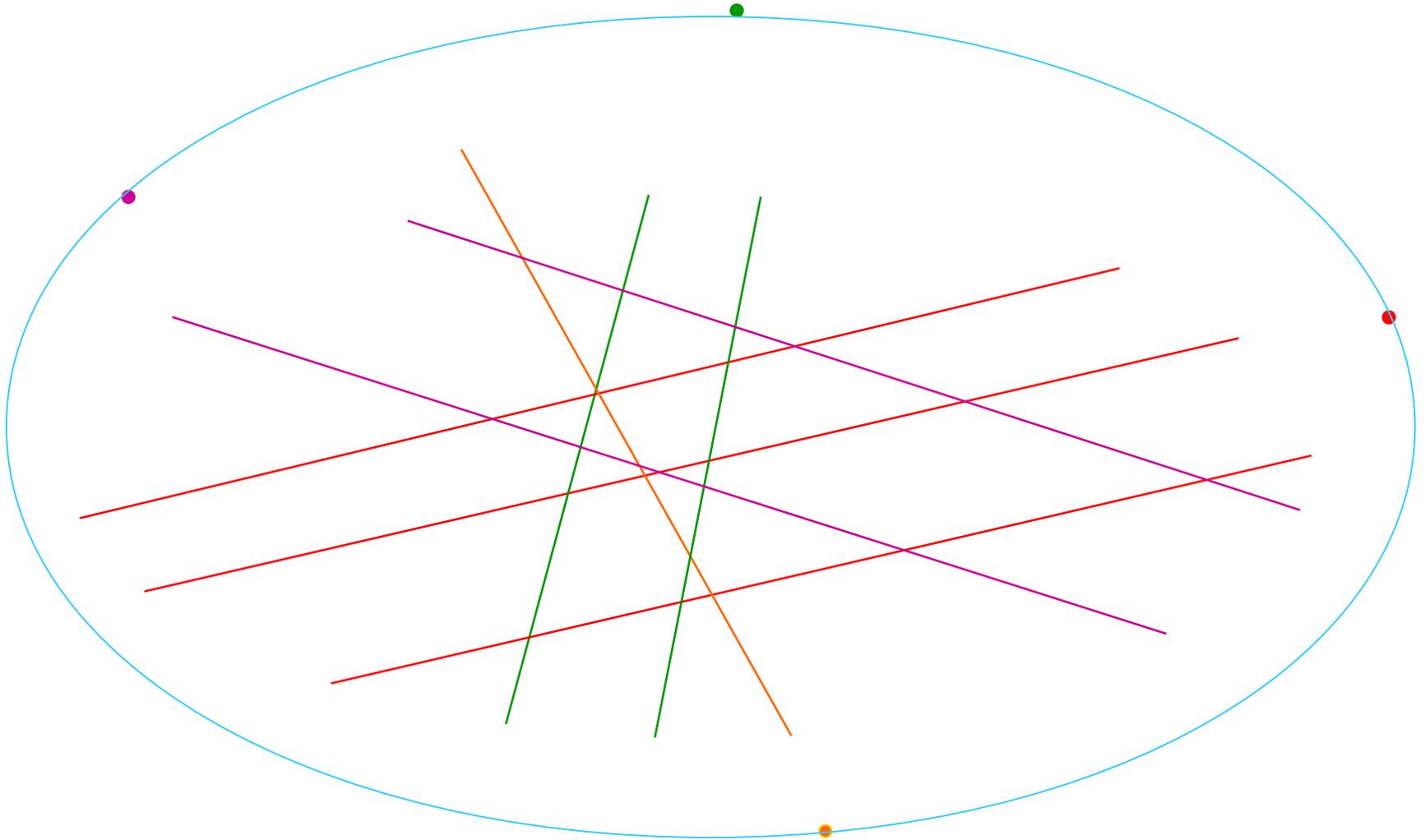


Se obtiene al “completar” el plano euclidiano,  
agregando un “punto al infinito” por cada familia de paralelas

En el plano proyectivo:

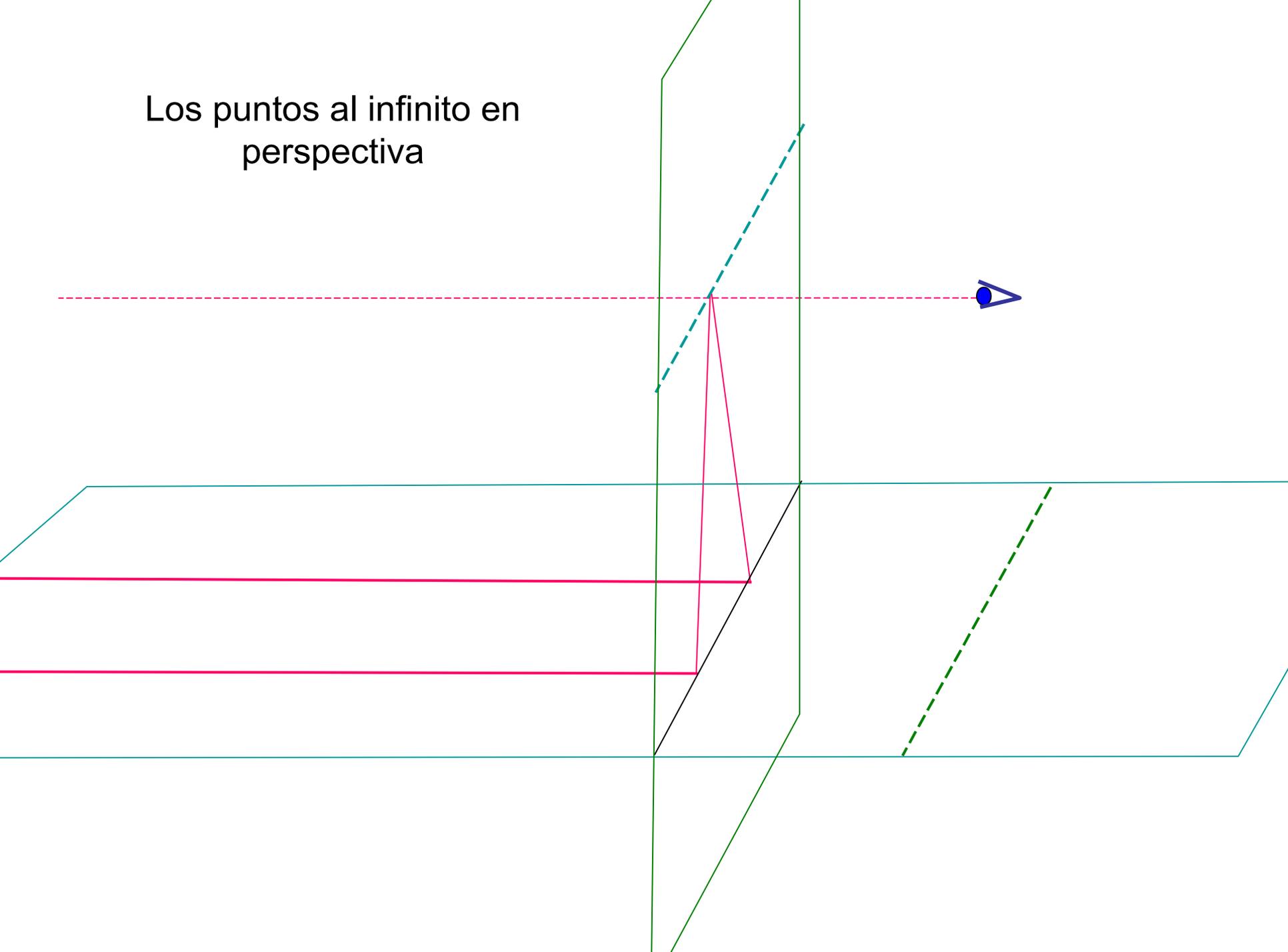


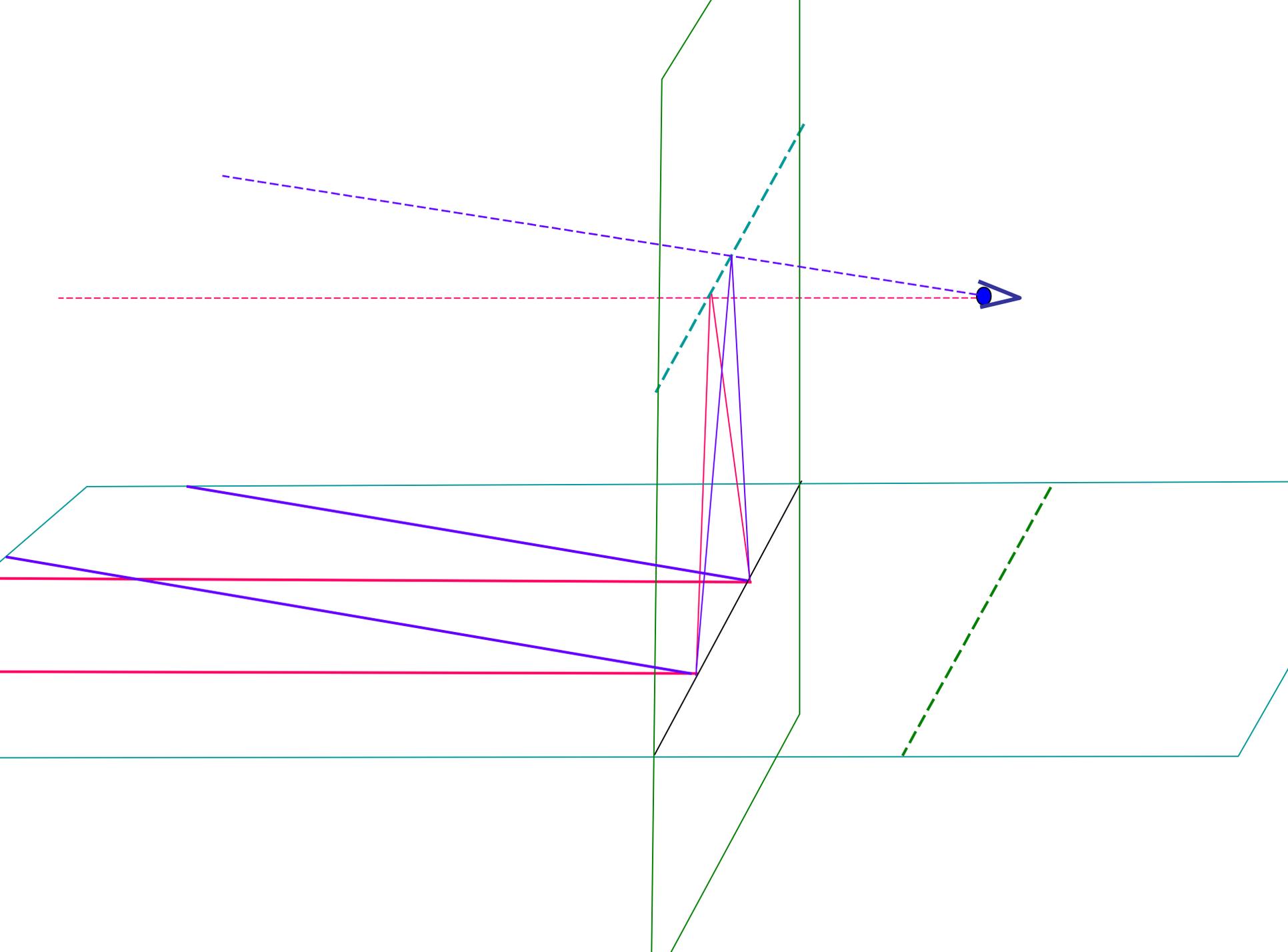
- Por dos puntos pasa una línea
- Dos líneas se intersectan en un punto



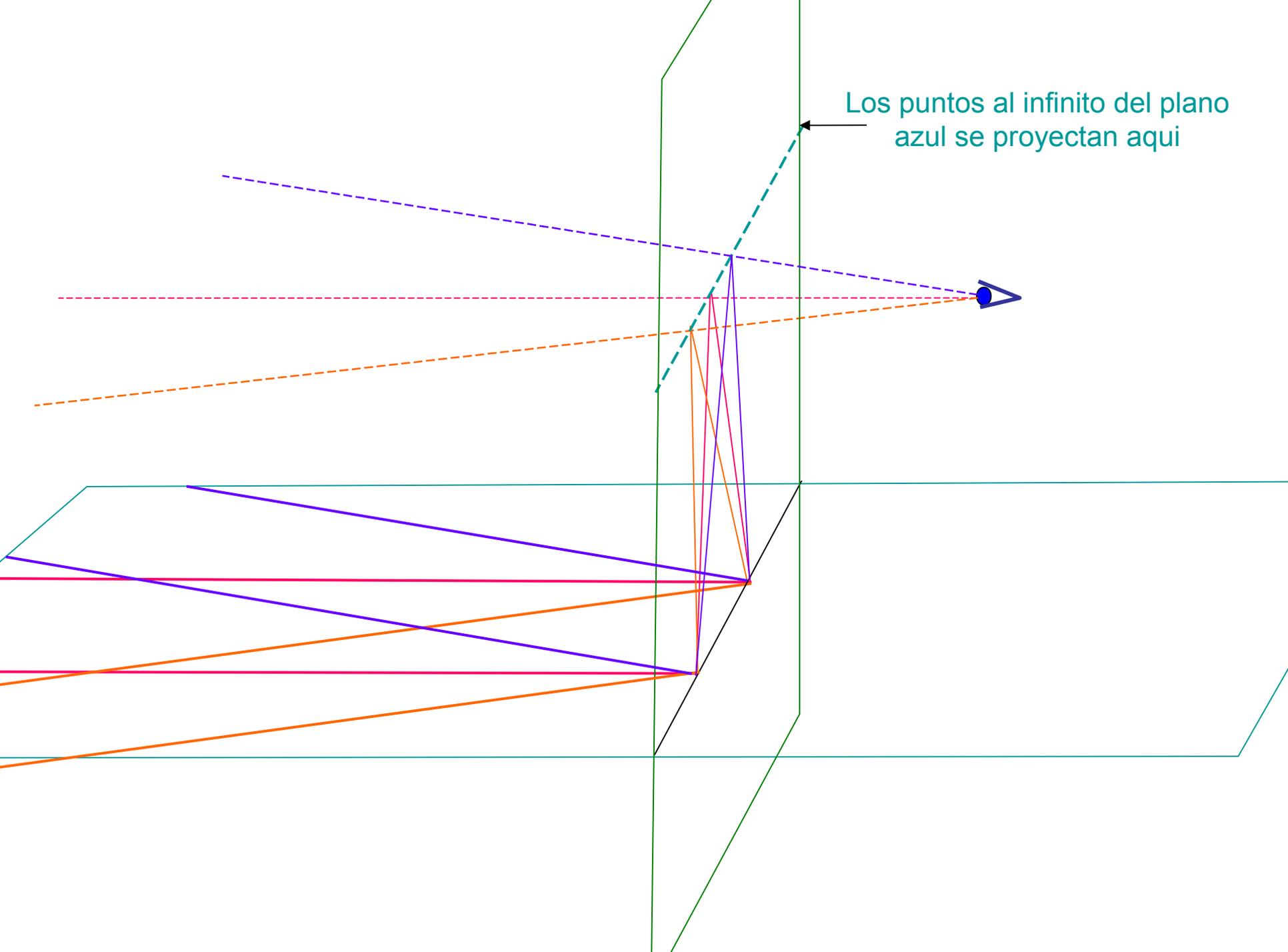
La geometría proyectiva trata de las propiedades geométricas que se desprenden de estos dos postulados

# Los puntos al infinito en perspectiva

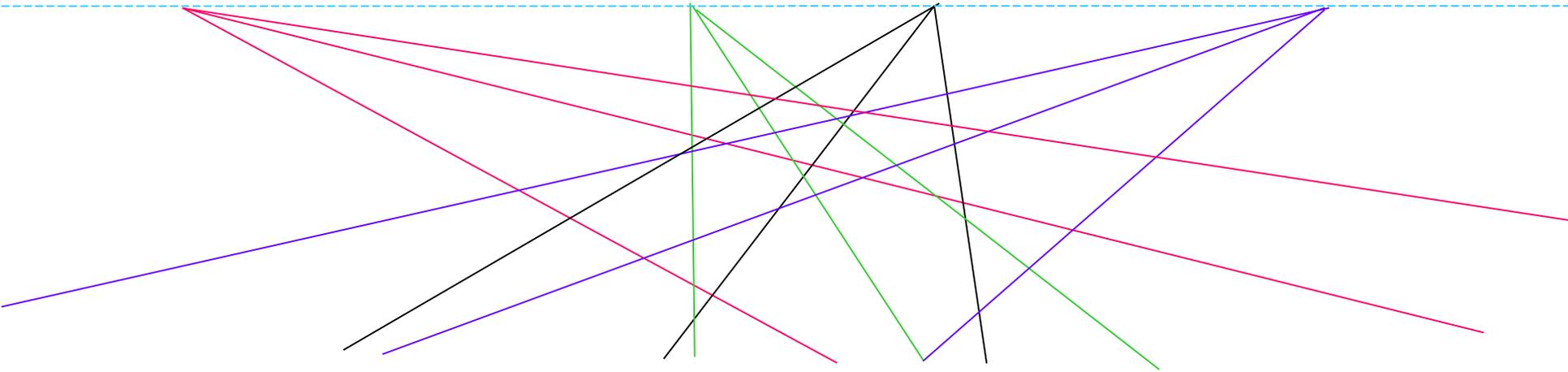




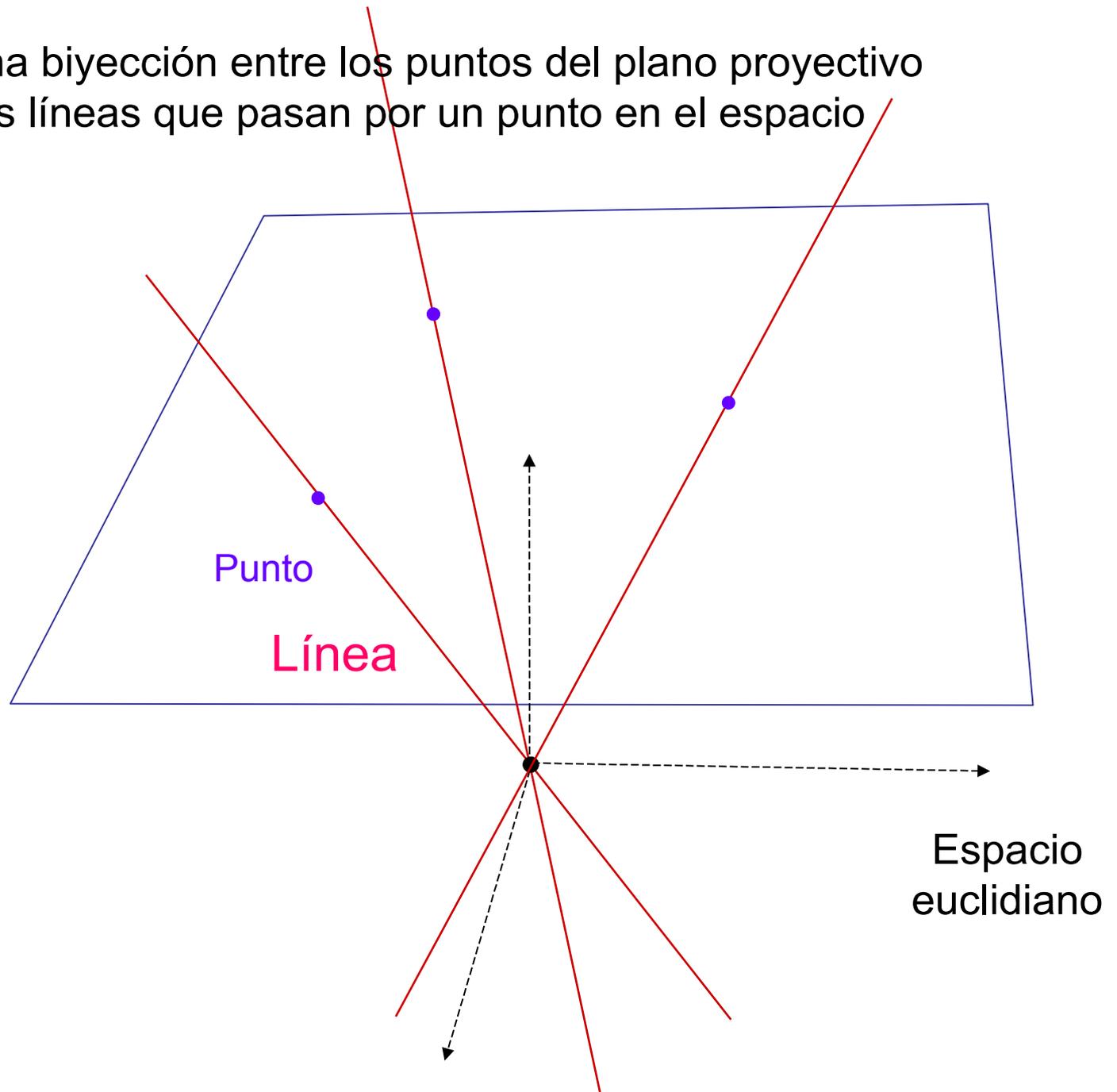
Los puntos al infinito del plano azul se proyectan aqui



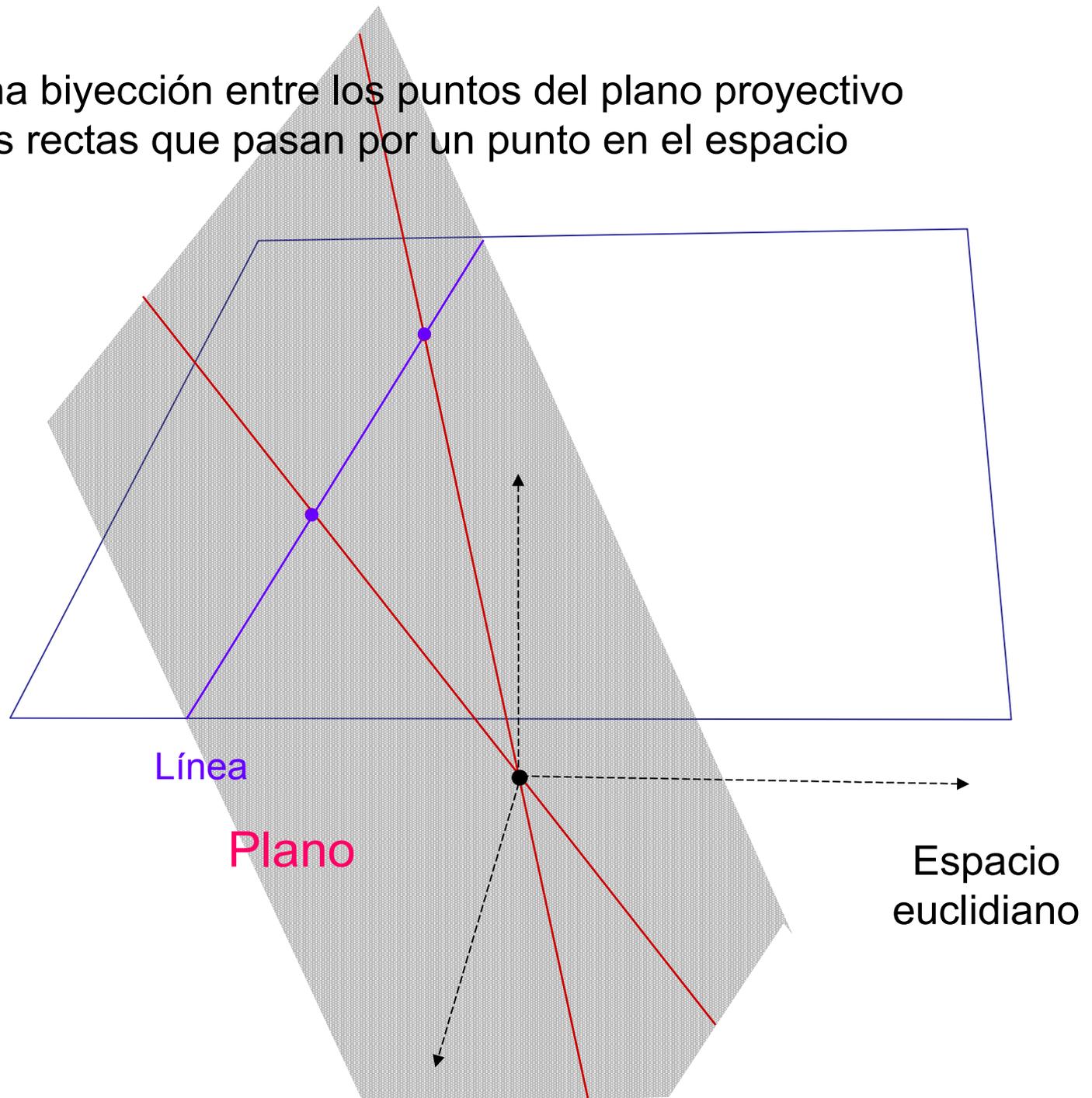
# Un pedazo del plano proyectivo, en perspectiva



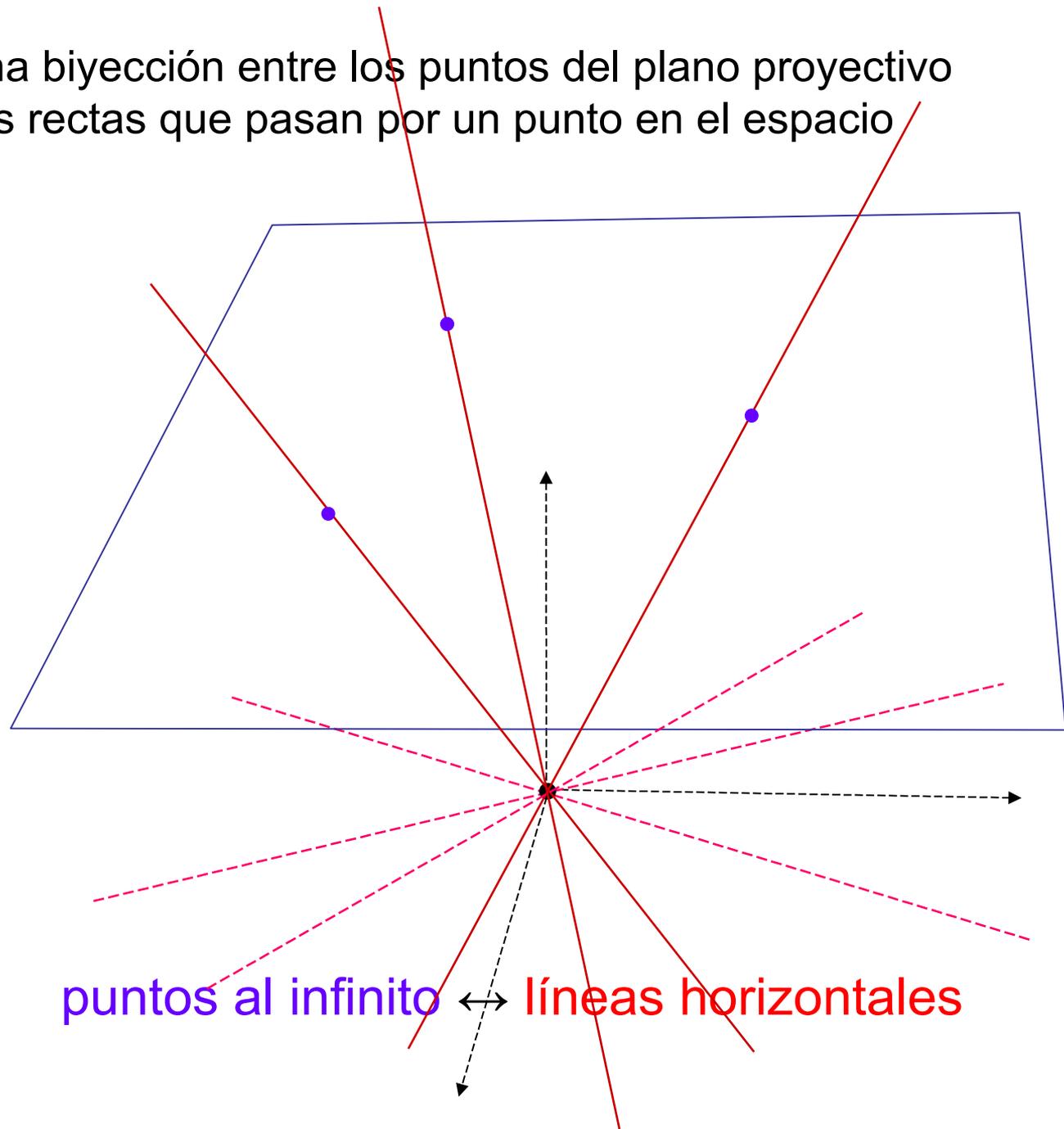
Hay una biyección entre los puntos del plano proyectivo y las líneas que pasan por un punto en el espacio



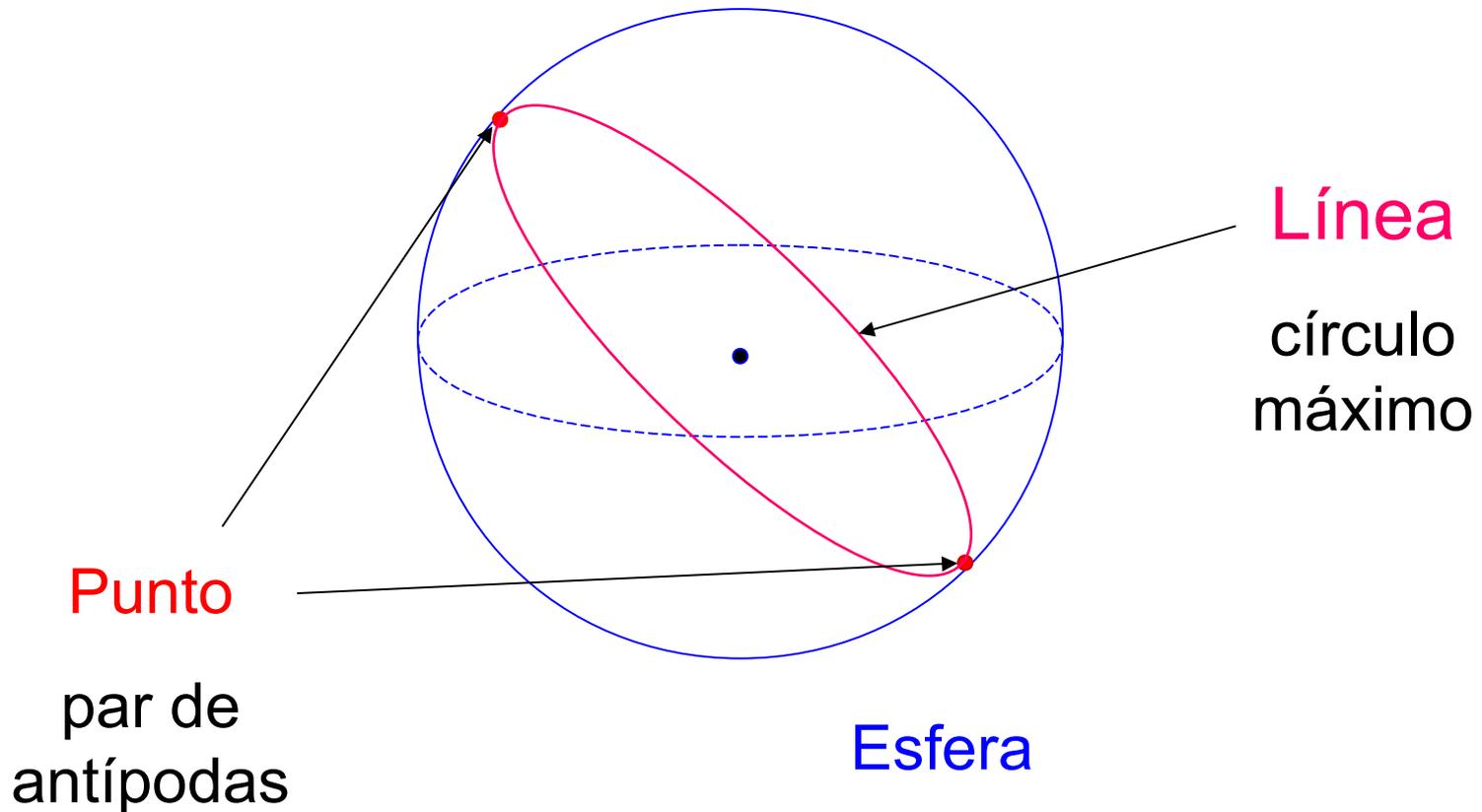
Hay una biyección entre los puntos del plano proyectivo y las rectas que pasan por un punto en el espacio



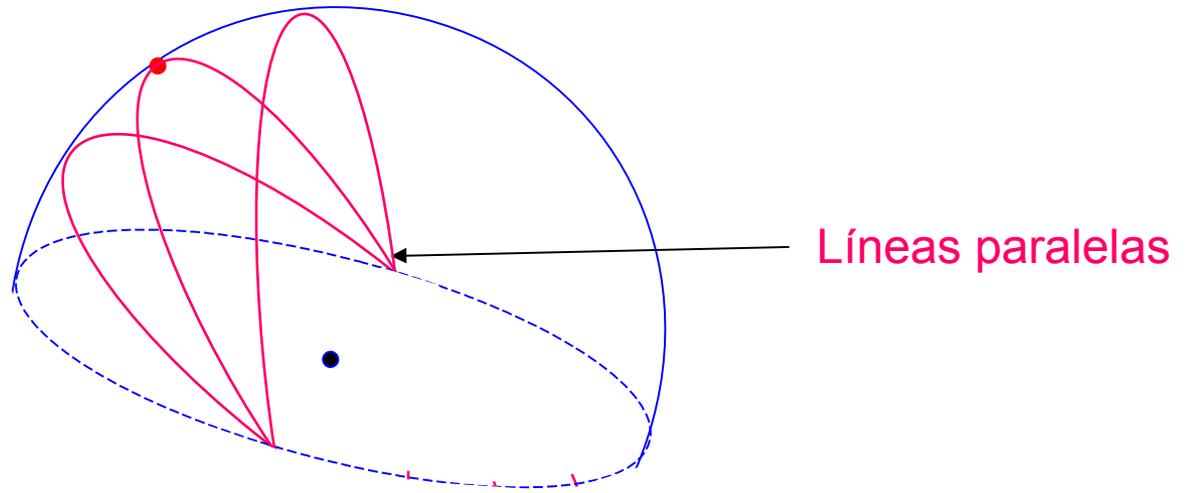
Hay una biyección entre los puntos del plano proyectivo y las rectas que pasan por un punto en el espacio



# Modelo esférico del plano proyectivo



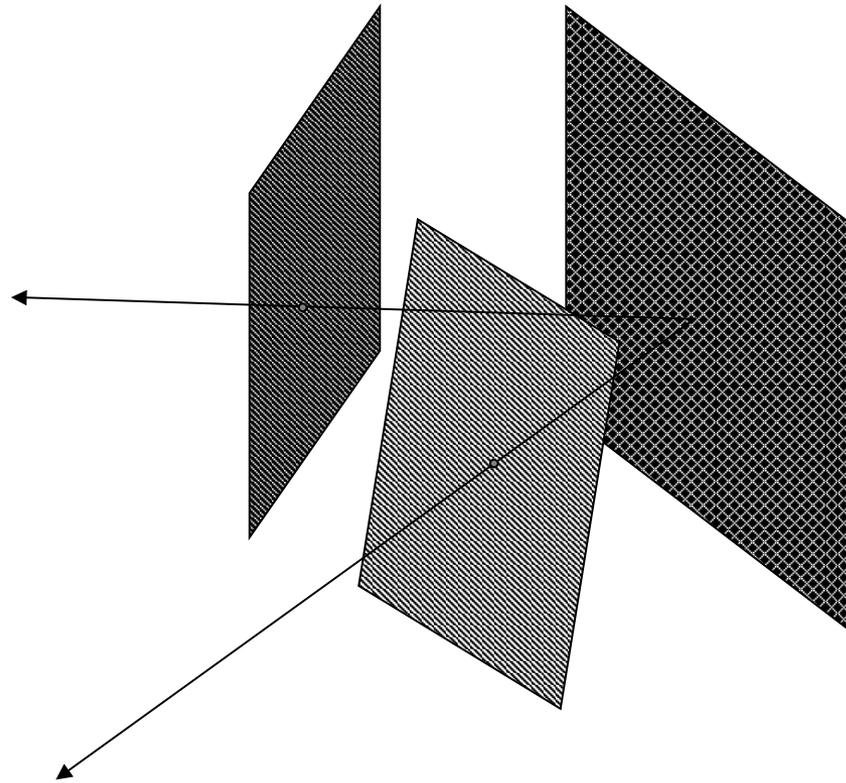
# Modelo esférico del plano proyectivo



Los hemisferios son planos afines!

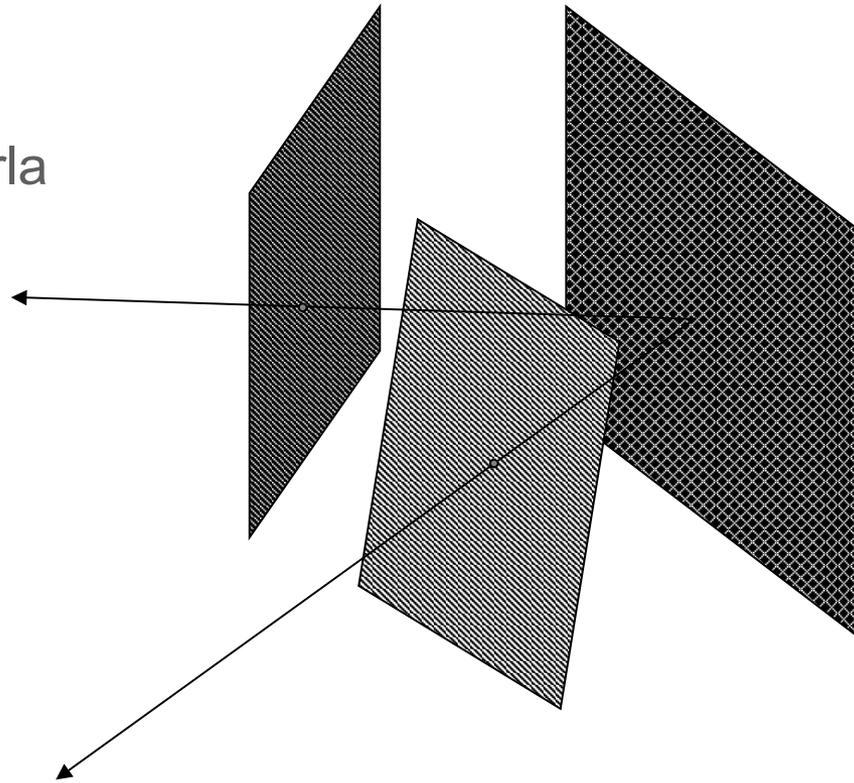
Alberti (S XV):

¿ Como se relacionan las imágenes de una misma escena vistas desde puntos distintos?



¿ Como se relacionan las imágenes de una misma escena vistas desde puntos distintos?

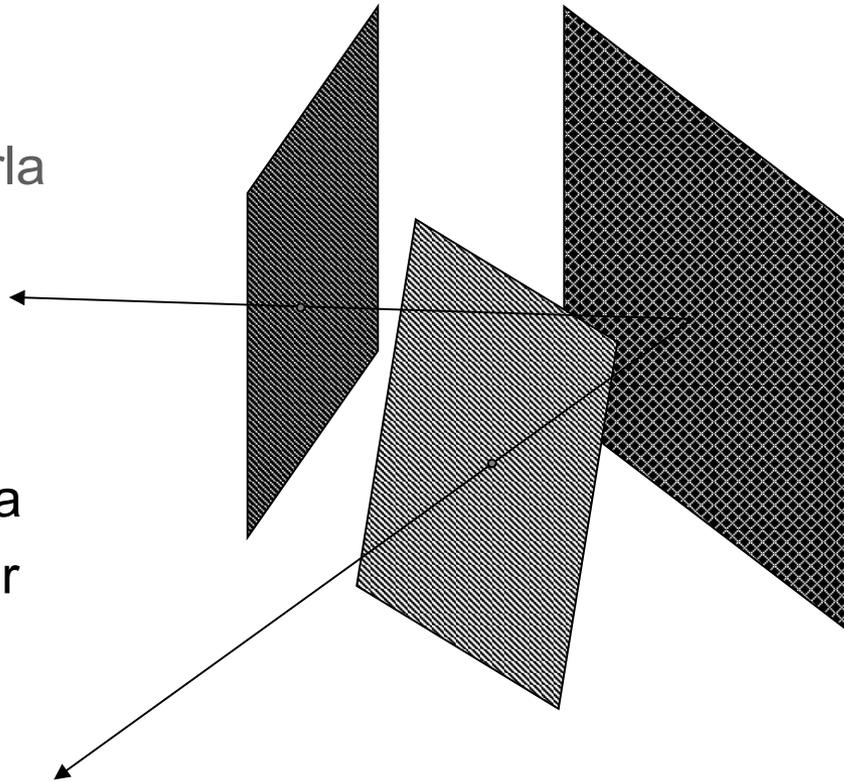
pintar una escena desde distintos ángulos corresponde a proyectarla desde distintos puntos hacia distintos planos.



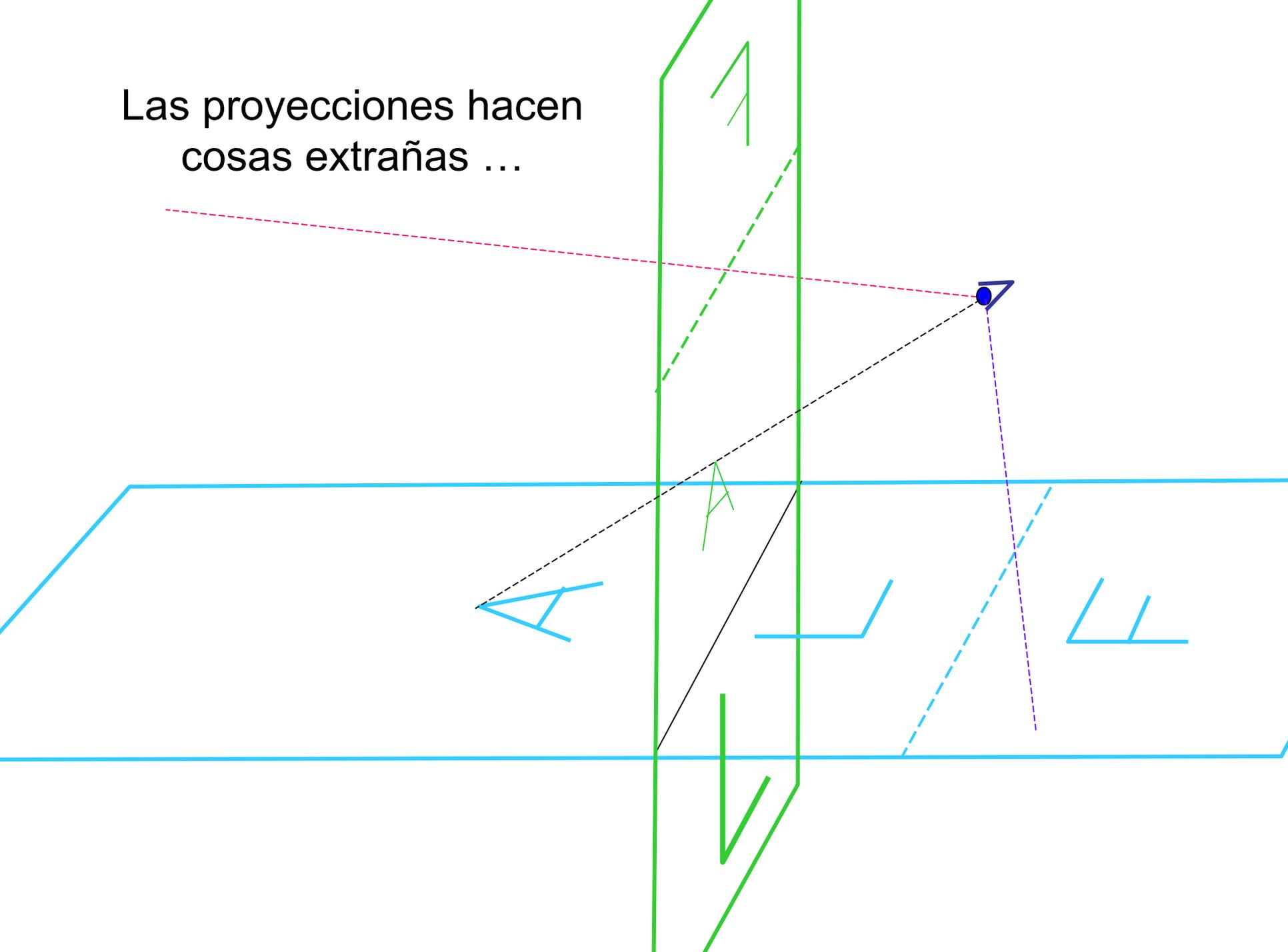
¿ Como se relacionan las imágenes de una misma escena vistas desde puntos distintos?

pintar una escena desde distintos ángulos corresponde a proyectarla desde distintos puntos hacia distintos planos.

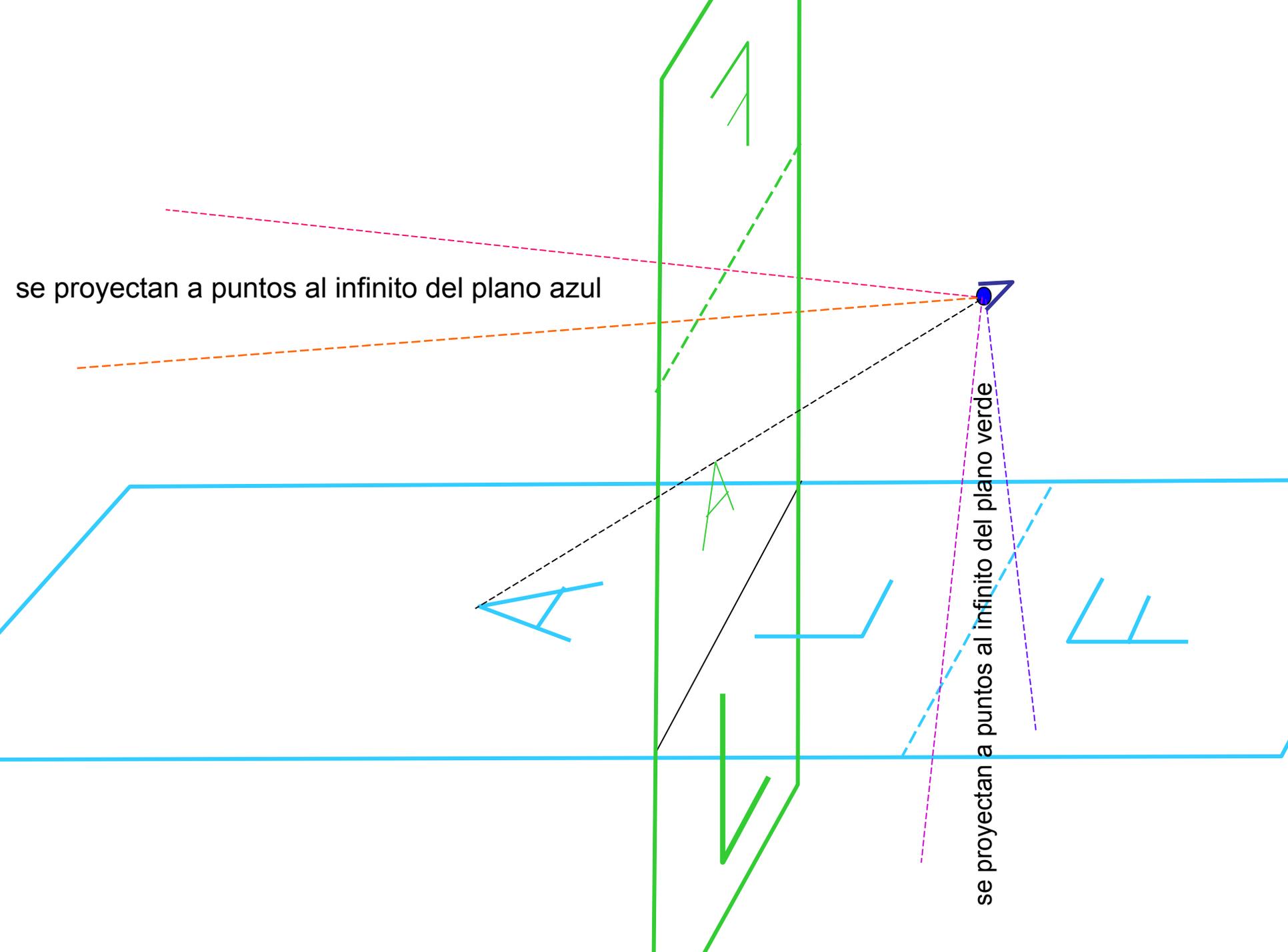
El cambio de perspectiva corresponde a componer una proyección con el inverso de la otra.



Las proyecciones hacen cosas extrañas ...





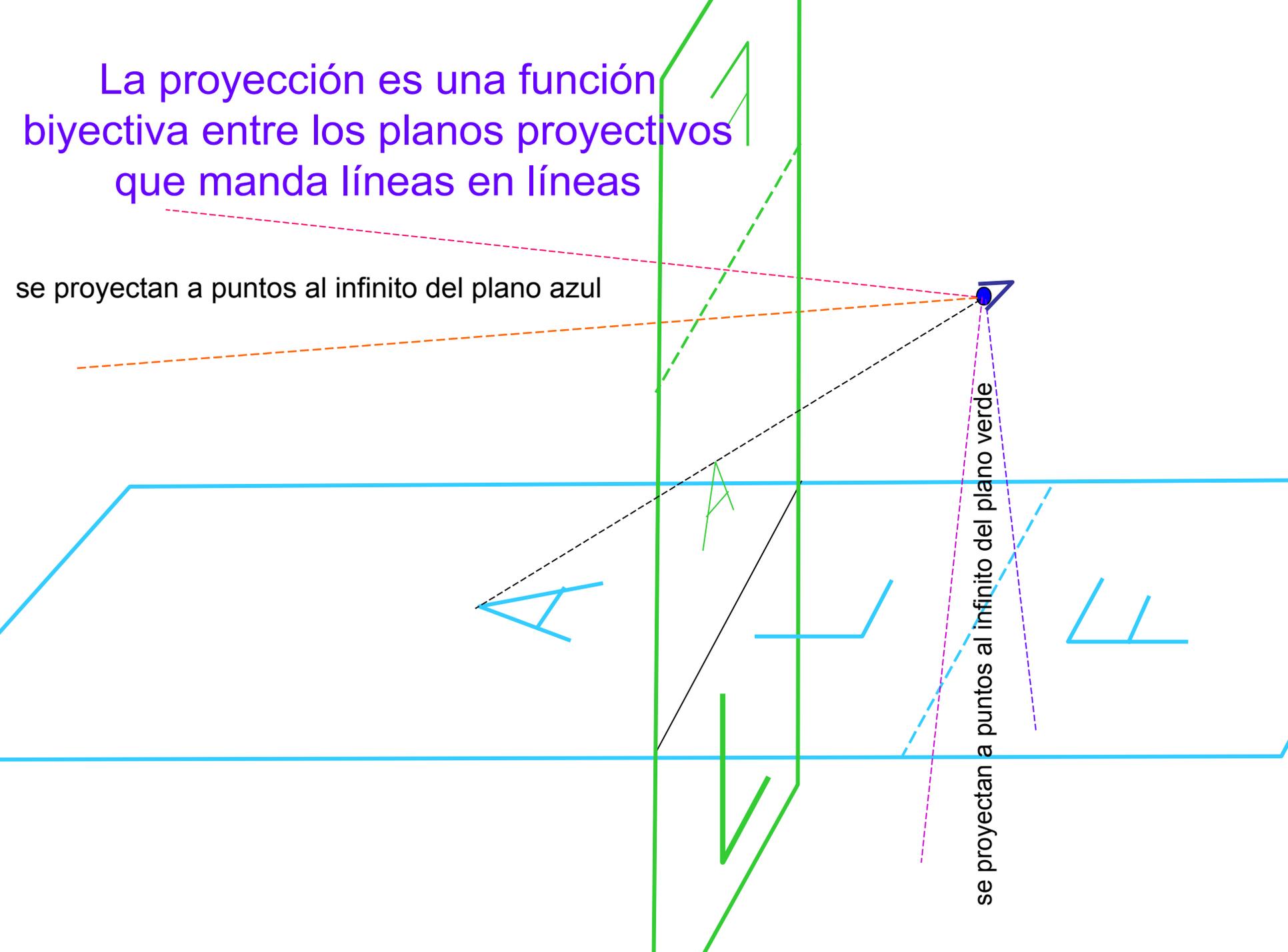


se proyectan a puntos al infinito del plano azul

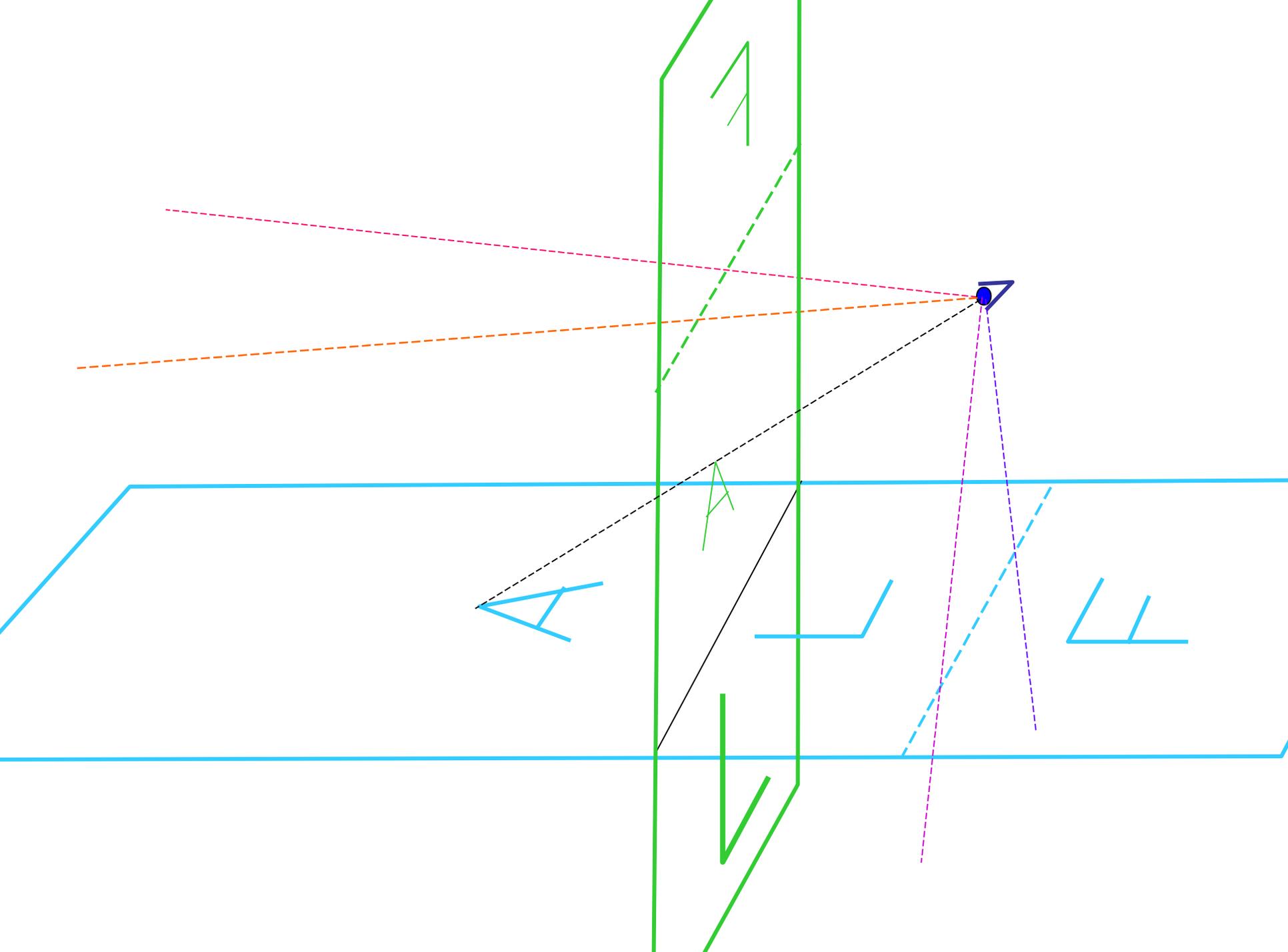
se proyectan a puntos al infinito del plano verde

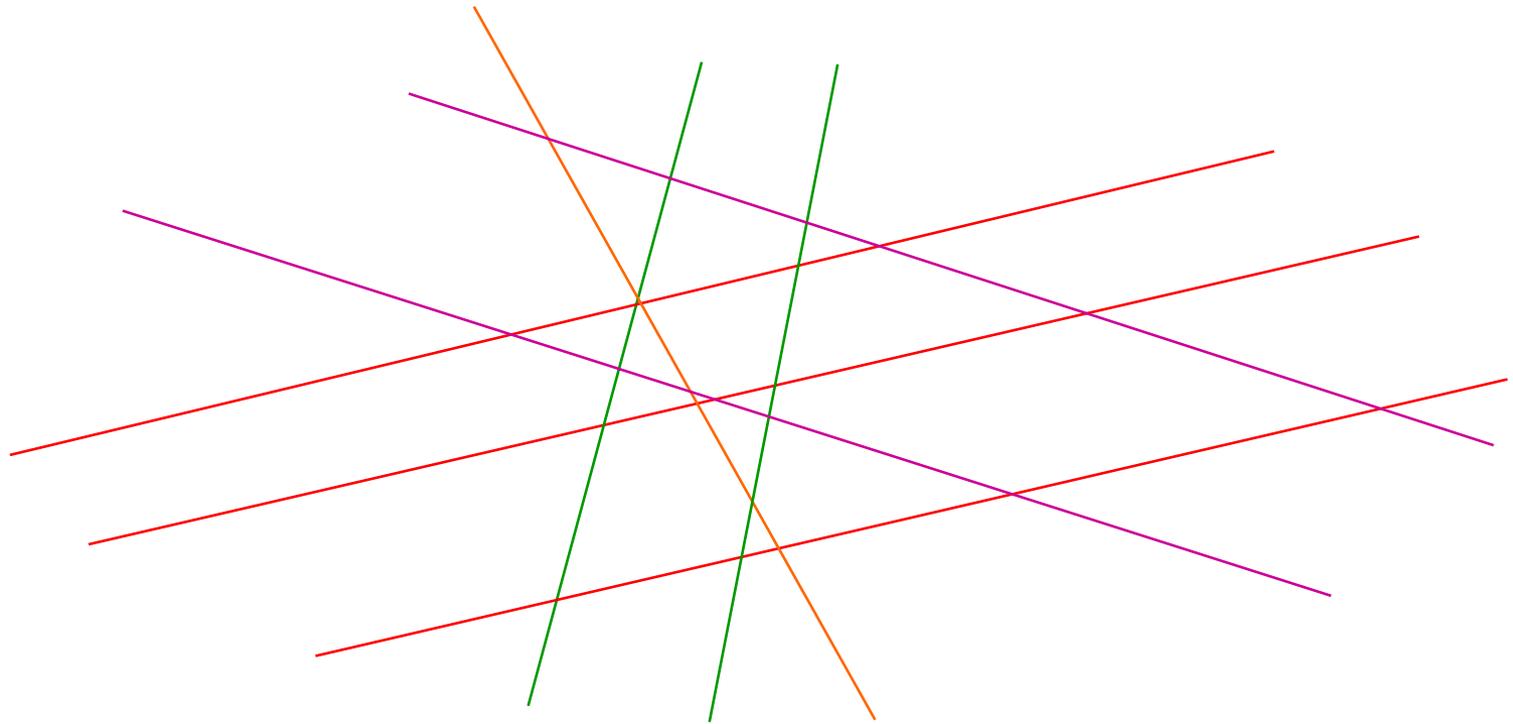
La proyección es una función biyectiva entre los planos proyectivos que manda líneas en líneas

se proyectan a puntos al infinito del plano azul

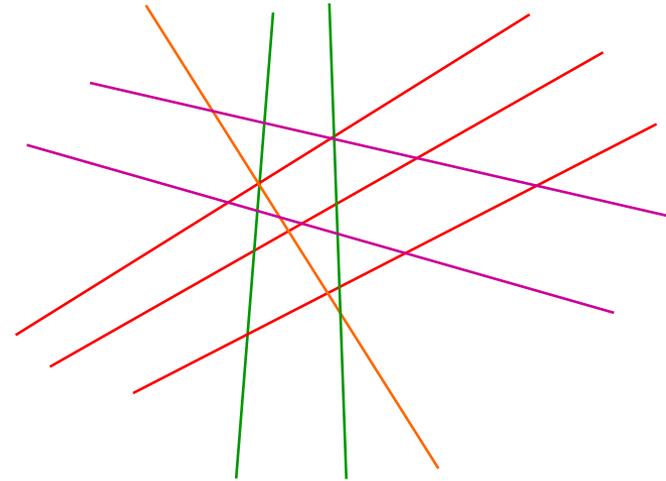
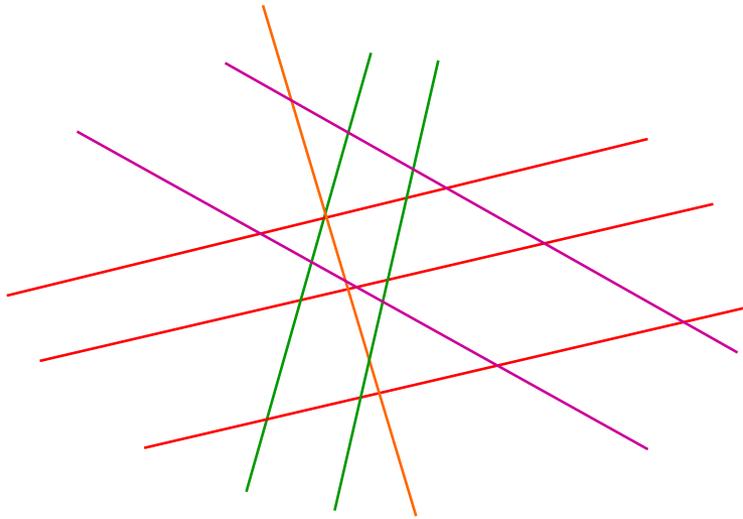


se proyectan a puntos al infinito del plano verde





Una *transformación proyectiva* es una función biyectiva entre planos proyectivos que manda líneas en líneas.



- Las transformaciones afines del plano se extienden a transformaciones proyectivas
- La composición de cualquier número de proyecciones es una transformación proyectiva
- Las transformaciones proyectivas forman un grupo